

Bihar Mathematical Society

TSTM (Olympiad) 2021 (Class-12)

Full Marks:- 100

Time: $2\frac{1}{2}$ Hours

Answer all questions. All questions carry equal marks.

1. If $\Delta_r = \begin{vmatrix} r & x & \frac{n(n-1)}{2} \\ 2r-1 & y & n^2 \\ 3r-2 & z & \frac{n(3n-1)}{2} \end{vmatrix}$ find the value of $\sum_{r=1}^n \Delta_r$.
2. Find the value of y if $\sin[\cot^{-1}(1+y)] = \cos(\tan^{-1}y)$
यदि $\sin[\cot^{-1}(1+y)] = \cos(\tan^{-1}y)$ का मान निकाले
3. If $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3x}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{4x}\right) = \frac{\pi}{2}$, $(x > \frac{2}{3x})$ then find x .
यदि $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3x}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{4x}\right) = \frac{\pi}{2}$, $(x > \frac{2}{3x})$ हो तो x का मान बतावें।
4. Find all the solutions of $4\cos^2\theta\sin\theta - 2\sin^2\theta = 3\sin\theta$.
 $4\cos^2\theta\sin\theta - 2\sin^2\theta = 3\sin\theta$ के सभी समाधानों को निकाले?
5. An inverted cone has a depth of 10 cm and a base of radius 5 cm. Water is poured into it at the rate of $3/2$ c.c. per minute. Find the rate at which the level of water in the cone in the cone is rising when the depth is 4 cm.
एक उल्टे शंकु की गहराई 10 सेमी और आधार त्रिज्या 5 सेमी है। इसमें $3/2$ सी. सी. की दर से पानी डाला जाता है। प्रति मिनट। उस दर का पता लगाएं जिस पर शंकु में पानी का स्तर बढ़ रहा है जब गहराई 4 सेमी है।
6. If $f(A) = \sin^2A + \sin^2\left(A + \frac{\pi}{3}\right) + \cos A \cos\left(A + \frac{\pi}{3}\right)$ and $g\left(\frac{5}{4}\right) = 1$, then find $(gof)(A)$
यदि $f(A) = \sin^2A + \sin^2\left(A + \frac{\pi}{3}\right) + \cos A \cos\left(A + \frac{\pi}{3}\right)$ और $g\left(\frac{5}{4}\right) = 1$ हों तो $(gof)(A)$ का मान निकालें।
7. If the range of the function $f(x) = \frac{3\cos^2x+3\cos x+4}{\cos^2x+\cos x+1}$ is $[\lambda, \mu]$ then find then value of $6\lambda + 9\mu + 2$.
यदि फलन $f(x) = \frac{3\cos^2x+3\cos x+4}{\cos^2x+\cos x+1}$ का रेंज $[\lambda, \mu]$ हो तो $6\lambda + 9\mu + 2$ का मान निकालें।
8. Find the value of $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2y}{1+a^y} dy$, $a > 0$
 $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2y}{1+a^y} dy$, $a > 0$ का मान निकालें।
9. For $x \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$, if the derivative of $\tan^{-1}\left(\frac{6x\sqrt{x}}{1-9x^3}\right)$ is $\sqrt{x} \cdot g(x)$ then find $g(x)$?
 $x \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$ के लिए यदि $\tan^{-1}\left(\frac{6x\sqrt{x}}{1-9x^3}\right)$ का अवकलन $\sqrt{x} \cdot g(x)$ हो तो $g(x)$ निकालें।
10. Let $y(x)$ be the solution of the differential equation $(x \log x) \frac{dy}{dx} + y = 2x \log x$, $(x \geq 1)$. Then, find $y(e)$.
माना लिया $y(x)$ अवकल समीकरण $(x \log x) \frac{dy}{dx} + y = 2x \log x$, $(x \geq 1)$ का समाधान है तब $y(e)$ का मान निकालें।