

# Bihar Mathematical Society

TSTM (Olympiad) 2021 (Class-11)

Full Marks:- 100

Time:  $2\frac{1}{2}$  Hours

Answer all questions. All questions carry equal marks.

- If  $6x^2 - 11x + \alpha = 0$  are rational number .Then find number of all possible positive integral values of  $\alpha$  for which the roots of the quadratic equation?  
यदि  $6x^2 - 11x + \alpha = 0$  परिमेय संख्या है। तो  $\alpha$  के सभी संभावित धनात्मक अभिन्न मूल्यों की संख्या निकालें जिसके लिए द्विघात समीकरण की मूलें हैं?
- Find the number of integral values of  $m$  for which the quadratic expression,  $(1 + 2m)x^2 - 2(1 + 3m)x + 4(1 + m)x$ ,  $x \in R$ , is always positive.  
 $m$  के अभिन्न मानों की संख्या ज्ञात कीजिए जिसके लिए द्विघात व्यंजक,  $(1 + 2m)x^2 - 2(1 + 3m)x + 4(1 + m)x$ ,  $x \in R$  है जो हमेशा धनात्मक है।
- Prove that  
$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin 11x = \frac{1 - \cos 12x}{2 \sin x}$$
  
साबित करें कि  $\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin 11x = \frac{1 - \cos 12x}{2 \sin x}$
- Find all positive real numbers  $x$  and  $y$  that satisfy the following system of equations.  
$$\begin{aligned} x^y &= y^{x-y} \\ x^x &= y^{12y} \end{aligned}$$
  
सभी धनात्मक वास्तविक संख्याएँ  $x$  और  $y$  ज्ञात कीजिए जो निम्नलिखित समीकरण प्रणाली को संतुष्ट करती हैं।  
$$\begin{aligned} x^y &= y^{x-y} \\ x^x &= y^{12y} \end{aligned}$$
- India plays two matches each with Pakistan and Australia. In any match the probabilities of India getting points 0, 1 and 2 are 0.45, 0.05 and 0.50, respectively. Assuming that the outcomes are independent. Find the probability of India getting at least 7 points.  
भारत पाकिस्तान और ऑस्ट्रेलिया के साथ दो-दो मैच खेलता है। किसी भी मैच में भारत के अंक 0, 1 और 2 मिलने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.45, 0.05 और 0.50 हैं। यह मानते हुए कि परिणाम स्वतंत्र हैं। भारत के कम से कम 7 अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- Let  $A$  be the sum of the first 20 terms and  $B$  be the sum of the first 40 terms of the series  $1^2 + 2 \cdot 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 5^2 + 2 \cdot 6^2 + \dots$ . If  $B - 2A = 100\lambda$ , then find the value of  $\lambda$ ?  
मान लीजिए  $A$  पहले 20 पदों का योग है और  $B$  श्रृंखला के पहले 40 पदों का योग है  $1^2 + 2 \cdot 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 5^2 + 2 \cdot 6^2 + \dots$ . If  $B - 2A = 100\lambda$  तो का मान ज्ञात कीजिए?
- If in a triangle  $ABC$ ,  $a = 1 + \sqrt{3}$  cm,  $b = 2$  cm and  $\angle C = 60^\circ$ , then find the other two angles and the third side.  
यदि एक त्रिभुज  $ABC$  में  $a = 1 + \sqrt{3}$  cm,  $b = 2$  cm और  $\angle C = 60^\circ$  हो अन्य दोनों कोणों और तीसरी भुजा को निकालें?
- Find the area of the region bounded by the curves  $y = x^2$ ,  $y = |2 - x|$  and  $y = 2$ , which lies to the right of the line  $x = 1$ .  
वक्रों से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए  $y = x^2$ ,  $y = |2 - x|$  और  $y = 2$  जो रेखा  $x = 1$  के दायीं ओर स्थित है।
- Differentiate of the following with respect to  $x$ . (a) If  $y = x \sin 2x + \log x^{2ax}$  (b) If  $y = a^x \tan 2x$   
 $x$  के सापेक्ष में निम्नलिखित में अंतर करें (a) यदि  $y = x \sin 2x + \log x^{2ax}$  (b) यदि  $y = a^x \tan 2x$
- (a) Find the Cartesian form of the equation  $\sqrt{r} = \sqrt{a} \cos \frac{\theta}{2}$ .  
समीकरण  $\sqrt{r} = \sqrt{a} \cos \frac{\theta}{2}$  का कार्टीजियन रूप ज्ञात कीजिए।  
(b) The lines  $ax + 2y + 1 = 0$ ,  $bx + 3y + 1 = 0$  and  $cx + 4y + 1 = 0$  are concurrent show that  $a, b, c$  are in A.P.  
लाइनें  $ax + 2y + 1 = 0$ ,  $bx + 3y + 1 = 0$  तथा  $cx + 4y + 1 = 0$  समवर्ती हैं दिखाएं कि  $a, b, c$  A.P. में हैं।