

Bihar Mathematical Society

TSTM (Olympiad) 2021 (Class-10)

Full Marks:- 100

Time: $2\frac{1}{2}$ Hours

Answer all questions. All questions carry equal marks.

1. Solve the inequality

$$\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{\sqrt{x-1}} > \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^x$$

समीकरण $\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{\sqrt{x-1}} > \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^x$ को हल करें।

2. Solve the equation for any non-negative value of x

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2} = 0$$

समीकरण $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2} = 0$ को x को x के अत्रणात्मक मानों के लिए हल करें।

3. If $P = 2^{25}$, and $Q = 2^{24} + 2^{23} + \dots + 2^0$, then establish the relation between P and Q.

यदि $P = 2^{25}$, तथा $Q = 2^{24} + 2^{23} + \dots + 2^0$, तो P तथा Q के बीच संबंध प्राप्त करें।

4. Find a triangle whose integer sides are in A.P with a common difference of 2 and which has an area of 336.

एक त्रिभुज का पता लगाएं, जिसकी पूर्णांक भुजाएं 2 के सामान्य अंतर के साथ A.P में हैं और जिसका क्षेत्रफल 336 है।

5. If x is a three-digit number and y is a number obtained by permuting the digit of x in any manner, then prove that $(x - y)$ is always divisible by a number, and find the number.

यदि x एक तीन अंकों की संख्या है तथा y एक ऐसी संख्या है y के अंकों के किसी भी क्रमचय से प्राप्त होती है तो साबित करें कि $(x - y)$ हमेशा एक संख्या से विभाजित होगा, तथा उक्त संख्या का मान प्राप्त करें।

6. Let x and y be positive real numbers and D an angle such that $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ for any integer n . Suppose $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$

and $\frac{\sin^4 \theta}{y^4} + \frac{\cos^4 \theta}{x^4} = \frac{97 \sin 2\theta}{x^3 y + y^3 x}$. Compute $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

माना कि x और y धनात्म वास्तविक संख्याएँ तथा D एक ऐसा कोण है कि किसी भी पूर्णांक n के लिए $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ है। मानलिया कि

$\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$ and $\frac{\sin^4 \theta}{y^4} + \frac{\cos^4 \theta}{x^4} = \frac{97 \sin 2\theta}{x^3 y + y^3 x}$ है तो $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ ज्ञात करें।

7. In a frequency distribution, the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 have frequencies 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 respectively. Find the mean of the distribution.

किसी आवृत्ति वितरण में 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 की आवृत्ति क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 है। तो वितरण के माध्य का मान निकालें।

8. There are 10 coins each blank on one side and numbered on the other side with numbers 1 through all the coins are tossed and the sum of numbers lauding face up is calculated. What the probability that this sum is at least 45.

एक तरफ 10 सिक्के खाली हैं और दूसरी तरफ नंबर 1 के साथ सभी सिक्कों को उछाला जाता है और सामने आने वाली संख्याओं के योग की गणना की जाती है। क्या प्रायिकता है कि यह योग कम से कम 45 है।

9. In how many different ways faces of three cubes can be coloured in 18 different colours?

कितने विभिन्न प्रकार से तीन घनों के फलकों को 18 विभिन्न रंगों से रंगा जा सकता है?

10. Prove that if 10 points are taken inside an equilateral triangle of side 3 cm., then at least two of them must be at a distance less than 1 cm.

साबित करें कि यदि एक समबाहु त्रिभुज जिसकी भुजा 3 से०मी० है के अन्दर 10 बिन्दु लिये जायें तो उनमें से कम से कम दो बिन्दुओं की दूरी 1 से०मी० से कम होगी।