

Bihar Mathematical Society

Talent Nature Programme (TNP) 2021 (Class-10)

Full Marks:- 100

Time: $2\frac{1}{2}$ Hours

Answer all questions. All questions carry equal marks.

1. If $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ show that $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{1}{a^3+b^3+c^3}$.
यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ तो दिखावें $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{1}{a^3+b^3+c^3}$

2. Find the complex Number z , such that $|z|$ is the least in value and z satisfies the equation

$$|z - 2 + 2i| = 1.$$

सम्मिश्र संख्या z का मान निकालें जबकि $|z|$ का मान न्यूनतम हो तथा z समीकरण $|z - 2 + 2i| = 1$ को संतुष्ट करें।

3. Solve the equation $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} = 1$

समीकरण $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} = 1$ को सरल करें।

4. Solve the equation $\log(2x) = \frac{1}{4}\log(x-15)^4$.

समीकरण को सरल करें $\log(2x) = \frac{1}{4}\log(x-15)^4$.

5. Find the sum of $\frac{1}{3^2+1} + \frac{1}{4^2+2} + \frac{1}{5^2+3} + \dots$

$\frac{1}{3^2+1} + \frac{1}{4^2+2} + \frac{1}{5^2+3} + \dots$ का योग निकालें।

6. Let x be in radian with $0 < x < \frac{\pi}{2}$. If $\sin(2 \sin x) = \cos(2 \cos x)$ then $\tan x + \cot x$ can be written as $\frac{a}{b+\pi^c}$, where a, b, c are positive integers, find $a + b + c$.

मान लें कि $0 < x < \frac{\pi}{2}$ के साथ रेडियन में है। अगर $\sin(2 \sin x) = \cos(2 \cos x)$ तो $\frac{a}{b+\pi^c}$ को $\tan x + \cot x$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहां a, b, c धनात्मक पूर्णांक हैं, $a + b + c$ ज्ञात कीजिए।

7. In about 300 B.C. A Greek geometric studied that $r = \frac{a+b-c}{2}$ relating the sides of a right triangle ABC to the radius r of its inscribed circle. In 250 AD a Chinese mathematician come up with a different expression $r = \frac{abc}{a+b+c}$, where formula is correct justify your answer.

लगभग 300 ई.पू. एक ग्रीक ज्यामितीय ने अध्ययन किया कि $r = \frac{a+b-c}{2}$ एक समकोण त्रिभुज की भुजाओं को उसके

उत्कीर्ण वृत्त की त्रिज्या r से संबंधित करता है। 250 ईस्वी में एक चीनी गणितज्ञ एक भिन्न व्यंजक $r = \frac{abc}{a+b+c}$ के साथ आया, जहाँ सूत्र सही है अपने उत्तर की पुष्टि करें।

8. Solve the inequality $\left| \frac{x-2}{x-3} \right| \leq x$.

असमीकरण $\left| \frac{x-2}{x-3} \right| \leq x$ को हल करें।

9. Solve $2(\cos x + \cos 2x) + (1 + 2 \cos x) \sin 2x = 2 \sin x$, $-\pi \leq x \leq \pi$
हल करें $2(\cos x + \cos 2x) + (1 + 2 \cos x) \sin 2x = 2 \sin x$, $-\pi \leq x \leq \pi$

10. The length of the perimeter of a right angle triangle is 60 units and the length of the altitude perpendicular to the hypotenuse is 12 units. Find the sides of the triangle.

एक समकोण त्रिभुज के परिमाप की लंबाई 60 इकाई है और कर्ण के लंबवत ऊंचाई की लंबाई 12 इकाई है। त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।