

Talent Search in Mathematics Olympiad-2020

Time: 01:30 hour

Date of Examination:-12.01.2021

Total Questions 20 (Multiple Choice Question).

Answer all the questions. Each question carries 5 marks.

Class 10

1. A student required to solve the equation $x^2 + bx + c = 0$ inadvertently solves the equation $x^2 + cx + b = 0$ Where b and c are integers. One of the roots obtained is same as the root of original equation, but the second root is m less than the second root of original equation. Then b and c in terms of m is

समीकरण $x^2 + bx + c = 0$ को हल करने के लिए एक छात्र भूल से समीकरण $x^2 + cx + b = 0$ को हल किया, जहाँ b और c पूर्णांक हैं। प्राप्त मूलों में से एक मूल वास्तविक समीकरण के मूल समान है, लेकिन दूसरी मूल वास्तविक समीकरण के मूल से m कम है। तब b और c का मान m संदर्भ में निकाले है

(A) $b = -1 + m, c = -1 - m$ (B) $b = \frac{m}{2} - \frac{1}{2}, c = \frac{m}{2} + \frac{1}{2}$

(C) $b = m - 1, c = m + 1$ (D) $b = -\frac{1}{2} - \frac{m}{2}, c = -\frac{1}{2} + \frac{m}{2}$

2. Harsh likes the number 17 and his favourite polynomials are monic quadratic (coefficient of x^2 is 1) with integer coefficients such that 17 is one of its roots and the roots differ by no more than 17. The sum of the coefficients of all of Harsh's favourite polynomials is

हर्ष को 17 की संख्या पसंद है और उनके पसंदीदा बहुपद (x^2 के इकाई गुणांक हैं)। पूर्णांक गुणांक के साथ 1 है जैसे कि 17 इसकी जड़ों में से एक है और जड़ें 17 से अधिक नहीं हैं। हर्ष के सभी के गुणांकों का योग बहुपद है

(A) 6980

(B) 6890

(C) 8960

(D) 8690

3. Let x, y be positive integer such that $\frac{(2021)!}{7^x 13^y}$ is an integer. Then the largest possible value of $x + y$ is

मान लिया x, y पूर्णांक संख्या हैं तथा $\frac{(2021)!}{7^x 13^y}$ पूर्णांक है। तब $x + y$ का अधिकतम मान निकाले?

(A) 600

(B) 400

(C) 500

(D) 300

4. If $f(X) = \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$ then $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2021)$ equals

यदि $f(X) = \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$ हो तो $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2021)$ का मान बराबर है

(A) $\frac{(2021)(2022)}{2}$ (B) $\frac{(2020)(2021)}{2}$ (C) $\frac{2000}{6069}$ (D) $\frac{2021}{6072}$

5. The product of solutions of the equation $\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2} = \frac{5}{2}\sqrt[3]{x^2-1}$ is

समीकरण $\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2} = \frac{5}{2}\sqrt[3]{x^2-1}$ हलों को गुणफल निकाले?

- (A) $\frac{49}{81}$ (B) $-\frac{49}{81}$ (C) $\frac{81}{49}$ (D) $-\frac{81}{49}$

6. If A, B, C are chosen at random with replacement from the set $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ then the probability that the unit digit of A^{B^C} is 6 is

यदि A, B, C को प्रतिस्थापन के साथ यादृच्छिक रूप से में $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ चुना जाता हो तो तीन संभावनाएं ज्ञात करें इकाई अंक यदि A^{B^C} हो तो 6 है-

- (A) $\frac{188}{1000}$ (B) $\frac{176}{1000}$ (C) $\frac{155}{1000}$ (D) $\frac{194}{1000}$

7. Let x, y be positive real numbers and θ an angle such that $\theta \neq \frac{n\pi}{2}$ for any integer n . Suppose

$$\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y} \text{ and } \frac{\cos 4\theta}{x^4} + \frac{\sin 4\theta}{y^4} = \frac{194 \sin \theta \cos \theta}{x^3 y + y^3 x} \text{ then } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \text{ is}$$

मान लिया x, y धनात्मक वास्तविक संख्या है और θ कोण इस प्रकार का पूर्णांक n है कि यदि $\theta \neq \frac{n\pi}{2}$ मान लिया $\frac{\sin \theta}{x} =$

$$\frac{\cos \theta}{y} \text{ और } \frac{\cos 4\theta}{x^4} + \frac{\sin 4\theta}{y^4} = \frac{194 \sin \theta \cos \theta}{x^3 y + y^3 x} \text{ हो तो } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \text{ है}$$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 3

8. Suppose a, b, c are integers such that the greatest common divisor of $x^2 + ax + b$ and

$x^2 + bx + c$ is 1 and l.c.m of $x^2 + ax + b$ and $x^2 + bx + c$ is $x^3 - 4x^2 + x + 6$ then $a + b + c$ is

मान लिया कि a, b, c एक पूर्णांक संख्या इस प्रकार है कि $x^2 + ax + b$ तथा $x^2 + bx + c$ का महत्तम समापवर्तक $x + 1$ है $x^2 + ax + b$ तथा $x^2 + bx + c$ का लघुतम समापवर्तक $x^3 - 4x^2 + x + 6$ हो तो $a + b + c$ है

- (A) -5 (B) -4 (C) -6 (D) -3

9. The number of real numbers x are the solutions to the equation

$$(2020)^x + (2021)^x = (2022)^x \text{ are}$$

वास्तविक संख्या x की संख्या समीकरण $(2020)^x + (2021)^x = (2022)^x$ के हल हैं

- (A) None (B) 2 (C) 3 (D) 1

10. If a, b, c and A, B, C are two Pythagorean triangle. i.e. $a^2 + b^2 = c^2$ And $A^2 + B^2 = C^2$ then which one is correct

यदि a, b, c और A, B, C दो पाइथागोरियन त्रिभुज है यानि $a^2 + b^2 = c^2$ और $A^2 + B^2 = C^2$ हो तो उक्त में से कौन सत्य है

(A) $(aA + bB)^2 + (aB + bA)^2 = (cC)^2$

(B) $(aA + bB)^2 + (aB - bA)^2 = (cC)^2$

(C) $(aB - bA)^2 + (aA - bB)^2 = (cC)^2$

(D) $(aA - bB)^2 + (aB + bA)^2 = (cC)^2$

11. If $x = (\sqrt{50} + 7)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{50} - 7)^{\frac{1}{3}}$ then

यदि $x = (\sqrt{50} + 7)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{50} - 7)^{\frac{1}{3}}$ हो तो

(A) $x = 2$ (B) $x = 3$

(C) x is rational but not integer (परिमेय संख्या परन्तु पूर्णांक नहीं)

(D) x is irrational number (अपरिमेय संख्या)

12. If $(k^2 - 3k + 2)x^2 - (k^2 - 5k + 4)x + k - k^2 = 0$ possesses more than two roots, the value of k is

यदि $(k^2 - 3k + 2)x^2 - (k^2 - 5k + 4)x + k - k^2 = 0$ का दो से अधिक मूल रखता है तो k मान ज्ञात करें?

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) not possible.

13. All the values of x satisfying $\frac{x - \sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}} = \frac{11}{5}$ is (are)

x का सभी मान निकालें जो $\frac{x - \sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}} = \frac{11}{5}$ को संतुष्ट करता हो?

(A) $-\frac{8}{9}, 8$ (B) 8 (C) $-\frac{8}{9}$ (D) None of these

14. If a and b are chosen randomly from the set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ with replacement. Then the probability that the expression $ax^4 + bx^3 + (a + 1)x^2 + bx + 1$ has positive values for all real x is

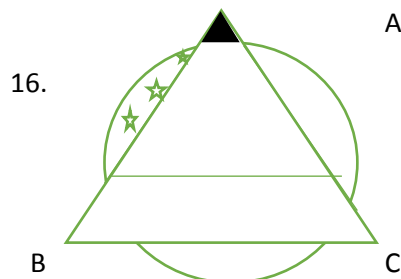
यदि a और b को समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ से यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। तब धनात्मक व्यंजक $ax^4 + bx^3 + (a + 1)x^2 + bx + 1$, x के सभी वास्तविक मान के लिए संभावना है

(A) $\frac{43}{81}$ (B) $\frac{32}{81}$ (C) $\frac{41}{81}$ (D) $\frac{62}{81}$

15. In a right triangle the smaller angle is equal to α . A straight line drawn perpendicularly the hypotenuse divides the triangle into two equal parts. Then the ratio in which this line divides the hypotenuse is

एक समकोण त्रिभुज में छोटा कोण α के बराबर है। कर्ण पर लंबवत रूप से खींची गई एक सीधी रेखा त्रिभुज को दो समान भागों में विभाजित करती है। कर्ण को विभाजित करने वाली रेखा अनुपात निकाले

(A) $\frac{\sqrt{2} \sec \alpha}{1}$ (B) $\frac{\sec \alpha - 1}{1}$ (C) $\frac{\sqrt{2} \sec \alpha - 1}{1}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2} \sec \alpha}$



In the figure ABC is an equilateral triangle with a side length of 5 Units and a circle with radius of 2 units. The triangle and the circle have same center. Let x be the area of shaded region and y Starred region. Then $x - y$ is

आकृति ABC में एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी एक भुजा लंबाई 5 इकाई है। तथा एक वृत्त त्रिज्या 2 इकाई है त्रिभुज और वृत्त एक केंद्र हैमाना कि क्षेत्र छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल x तारांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल y हो तो $x - y$ का मान ज्ञात करें?

(A) *can not be evaluated* (B) $\frac{25}{4} - \frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{3} - \frac{25}{4}$ (D) $\frac{25\sqrt{3}}{12} - \frac{4\pi}{3}$

17. Let ABC be a triangle with circum radius 17 units and in-radius of 7 units. The maximum possible value of $\sin \frac{A}{2}$ is

माना कि ABC एक त्रिभुज है जिसका परित्रिज्या 17 इकाई है और 7 इकाई आंतिक त्रिज्या है। तब $\sin \frac{A}{2}$ का अधिकतम संभावित मूल्य है

(A) $\frac{10 + \sqrt{5}}{34}$ (B) $\frac{17 - \sqrt{51}}{34}$ (C) $\frac{17 + \sqrt{51}}{34}$ (D) $\frac{34}{17 + \sqrt{51}}$

18. A mathematics tournament has a test which contains 10 questions, each of which come from one of the three different subjects. The subject of each question is chosen uniformly, at random from the three subjects and independently of the subjects of all the others questions. The test is unfair if any one subject appears at least five times. Then the probability that the test is unfair is

एक गणित टूर्नामेंट में एक परीक्षा होती है जिसमें 10 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक तीन अलग-अलग विषयों में से एक आता है। प्रत्येक प्रश्न के विषय को तीन विषयों से यादृच्छिक रूप से और अन्य सभी प्रश्नों के विषयों से स्वतंत्र रूप से चुना जाता है। यदि कोई विषय कम से कम पाँच बार दिखाई दे तो परीक्षा अनुचित है। परीक्षण अनुचित होने की संभावनाएँ ज्ञात करें ?

(A) $\frac{3111}{6561}$ (B) $\frac{4111}{6561}$ (C) $\frac{411}{656}$ (D) $\frac{611}{656}$

19. Bihar Mathematical Society is planning to conduct district wise inspirational math contest comprising of 15 questions. All answer will be integers ranging from 000 to 999 inclusive. If the 15 answers from an A.P with the largest possible difference, then the largest possible sum of those 15 answers is

बिहार मैथमेटिकल सोसाइटी जिलावार प्रेरणादायक गणित प्रतियोगिता आयोजित करने की योजना बना रही है जिसमें 15 प्रश्न शामिल हैं। सभी उत्तर पूर्णांक 000 से लेकर 999 तक के होंगे। यदि 15 उत्तर $A.P$ बनाता है तो सबसे बड़े संभावित अंतर के साथ हैं, तो उन 15 उत्तरों में से सबसे अधिक संभव योग निकालें है

(A) 7530 (B) 7305 (C) 5370 (D) 3750

20. Donald duck has a collection of red marbles and blue marbles. The number of red marbles is either 7, 9, 11, 13, or 15. If two marbles are chosen simultaneously at random from collection, then the probability they have different color is $\frac{1}{2}$. Then number of red marbles in Donald's collection is

डोनाल्ड बत्तक में लाल पत्थर और नीले पत्थर का संग्रह है। लाल मार्बल्स की संख्या 7, 9, 11, 13 या 15 है। यदि दो मार्बल को एक साथ यादृच्छिक रूप से संग्रह कर चुना जाता है, उनके अलग-अलग $\frac{1}{2}$ रंगकी संभावना है ? तो फिर डोनाल्ड के संग्रह में लाल पत्थर की संख्या है?

(A) 11 (B) 7 (C) 15 (D) 13